ΕΡΓΑΣΤΗΡΙ ΑΛΓΕΒΡΑΣ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ (1η ΟΜΑΔΑ)

<u>Ι. ΟΡΙΣΜΟΣ</u>

1. Να βρείτε τις παρακάτω απόλυτες τιμές:

α) $|\sqrt{5}|$ **β)** $|-\sqrt{3}|$ **γ)** $|2-\sqrt{3}|$ **δ)** $|1-\sqrt{2}|$ **ε)** $|\pi-3\sqrt{2}|$ **στ)** $|\pi-\sqrt{7}|$

2. Να βρείτε τις παρακάτω απόλυτες τιμές:

α) $|2\sqrt{7}-6|$ **β)** $|2\pi-6|$ **γ)** $|2\pi-6\sqrt{3}|$ **δ)** $|(\pi-3\sqrt{3})^2|$ **ε)** $|\sqrt{\pi-\sqrt{6}}|$

3. Να βρείτε τις παρακάτω απόλυτες τιμές:

α) $|\chi^2-2\chi\psi+\psi^2|$ **β)** $|-\chi^2+6\chi-9|$ **γ)** $|\pi^2-6\pi+9|$ **δ)** $|-\pi^2+2\sqrt{3}\pi-3|$

4. Να γράψετε τις παρακάτω παραστάσεις χωρίς απόλυτες τιμές:

Α= $|\alpha-|\alpha||-|\alpha+|\alpha||$ **Β=** $||\alpha|+\alpha|-|-(\alpha-|\alpha|)|$ **Γ=**$|\alpha|+|-\alpha|-|2\alpha|$

5. Να γράψετε τις παρακάτω παραστάσεις χωρίς απόλυτες τιμές:

Α=$|\chi-2|+|\chi-5|$ **Β=** $|2\chi-10|+|15-3\chi|$ **Γ=**$|4-2\chi|+|6-3\chi|$

i) αν $\chi<2$ **ii) αν** $2<\chi<5$ **iii) αν** $5<\chi$

6. Αν ισχύει $\alpha<3<\beta$ **, να απλοποιήσετε την παράσταση:**

Α=$|\alpha-3|+|2\beta-6|-|\alpha-\beta|$ **Β=**$|3-\alpha|+|\beta|-|\alpha-\beta|$

7. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

Α=$|\chi^2+1|-|-\chi^2-2|$ **Β=**$|\chi^2+2\chi+1|-|-4+4\chi-\chi^2|$

$$\Gamma=\frac{\chi^2-3|\chi|}{|\chi|-3} \qquad \Delta=\frac{|\chi|^3-3\chi^2}{2|\chi|-6} \qquad E=\frac{\chi^2-4}{|\chi|+2}$$

8. Αν $\alpha<\beta<0$ **να απλοποιήσετε τις παραστάσεις :**

$$A=|\alpha|+|\beta|-|\alpha+\beta|-|\alpha-\beta| \qquad B=|\alpha^2-\beta^2|-|\alpha^2-\alpha\beta|-|\beta^2-\alpha\beta|$$

10 Λύκειο Αγ. Δημητρίου

9. Αν $\chi, \psi \in R^*$ **, να βρείτε τις τιμές που μπορεί να πάρει η παράσταση:**

$$A = \frac{\chi}{|\chi|} + \frac{|\psi|}{\psi} + \frac{\chi\psi}{|\chi\psi|}.$$

10. Αν $\alpha < \beta < \gamma$ **να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:**

$i)$ $A = \dfrac{|\beta - \alpha| + |\beta - \gamma|}{|\alpha - \gamma|}$ $\quad ii)$ $B = 3|\beta - \gamma| + 2|\alpha - \beta| - |\alpha - \gamma| + |\beta - \alpha|$

11. Αν $\chi > -3$, $\psi > 2$, $\omega < -\dfrac{7}{2}$ **να υπολογισθεί η παράσταση:**

$$A = |\chi + 3| + |3\psi - 6| - |2\omega + 7|$$

12. Αν $|\chi| < 1$ **δείξτε ότι:** $\dfrac{|\chi + 1| - |\chi - 1|}{|\chi + 1| + |\chi - 1|} = \chi$

13. Αν χ < 0< y η τιμή της παράστασης

A = $|x - \psi| + |\chi| - |\psi|$ **ισούται με :**

Α.-2χ **Β. –1-χ** **Γ. –1+χ** **Δ. 0** **Ε. 2ψ**

14. <u>ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΩΣΤΟ-ΛΑΘΟΣ</u>

Δύο αντίθετοι αριθμοί έχουν ίσες απόλυτες τιμές **Σ** **Λ**

| x-3| = |3-x| **Σ** **Λ**

$|3+x^2| = \left|\dfrac{1}{3+x^2}\right|$ **Σ** **Λ**

$|-3+2| = |-3| + |2|$ **Σ** **Λ**

Η εξίσωση $|x-3| + 4 = 0$ **είναι αδύνατη** **Σ** **Λ**

Αν $|x| + |\psi| = 0$ **, τότε x = 0 ή y = 0** **Σ** **Λ**

$|\alpha| \geq \alpha$ **Σ** **Λ**

$||x| + 3| = |x| + 3$ **Σ** **Λ**

$||x|| = |x|$ **Σ** **Λ**

Αν $x \leq 5$ **, τότε** $|x-5| = 5-x$ **Σ** **Λ**

1ο Λύκειο Αγ. Δημητρίου

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙ ΑΛΓΕΒΡΑΣ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ (2η ΟΜΑΔΑ)

II.ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ - ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

Α. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις και ανισώσεις :

$\lvert x+1\rvert = 0$, $\lvert x+1\rvert > 0$, $\lvert x+1\rvert < 0$ $\lvert x-2\rvert +1 \geq 0$, $\lvert x-2\rvert +1 \leq 0$, $\lvert x-2\rvert +1 = 0$ $\lvert x-1\rvert+\lvert (x-1)^2 \rvert = 0$, $\lvert x-1\rvert+\lvert x^2-2x+1\rvert > 0$ $\lvert x+1\rvert+\lvert x^2+2x+1\rvert \leq 0$, $\lvert x-1\rvert+\lvert (x-1)^2 \rvert+1 \leq 0$	$\sqrt{x+1}=0$, $\sqrt{x+1}>0$ $\sqrt{x-2}+1\geq 0$, $\sqrt{x-2}+1\leq 0$ $\sqrt{x+1}+\sqrt{x^2+2x+1}\leq 0$
$\lvert x-1\rvert+\lvert x-2\rvert = 0$, $\lvert x-1\rvert+\lvert x-2\rvert \geq 0$ $\lvert 2x-1\rvert-3 = 0$, $\lVert x\rvert+x\rvert+\lVert x\rvert-x\rvert=2$ $\lvert 2x-1\rvert-3 \geq 0$, $\lvert 2x-1\rvert-3 \leq 0$ $2\cdot\lvert 3x-1\rvert-3\cdot\lvert x+2\rvert = 0$, $2\cdot\lvert 3x-1\rvert-3\cdot\lvert x+2\rvert \geq 0$ $2 \leq \lvert 1-2x\rvert \leq 5$, $\lvert x^2-3x+2\rvert \leq 2$	$\sqrt{x+1}-3=0$ $2\sqrt{x+1}-3\sqrt{x-1}=0$

Β. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις : **1)** $\frac{5-\lvert x-2\rvert}{2}=4$, **2)** $\frac{9-2\lvert 2x-3\rvert}{7}=1$,

3) $\lvert x^2+2\rvert-\lvert 6x-x^2-9\rvert=-1$, **4)** $\frac{4-5\lvert x-3\rvert}{12}-\frac{\lvert 3x-9\rvert-3}{2}=\lvert 6-2x\rvert-6$, **5)** $2+\frac{\lvert 3x-4\rvert-1}{3}=3-\frac{\lvert 4-3x\rvert}{3}$,

6) $\lvert x+3\rvert=\lvert 7-x\rvert$, **7)** $3\lvert 2-x\rvert-2\lvert x+1\rvert=0$, **8)** $\frac{\lvert x+1\rvert}{4}-\frac{\lvert 3x-2\rvert}{6}=0$, **9)** $\lvert x^2-3x+2\rvert=\lvert x^2+3x-20\rvert$,

10) $\lvert x^2+5x\rvert=\lvert 3x-x^2\rvert$, **11)** $8-\lvert 2x-x^2-1\rvert=-\lvert 4x-x^2-4\rvert$, **12)** $\lvert x^3-x\rvert+\lvert x^2+x\rvert=0$

Γ. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις : **1)** $\frac{2\lvert 5-3x\rvert-1}{9}=1$, **2)** $2\lvert 3x-6\rvert=18$,

3) $\lvert x-2\rvert\cdot\lvert x+2\rvert=\lvert 7x-4\rvert$, **4)** $1-\frac{1+3\lvert x-7\rvert}{4}=\frac{1}{2}+\frac{4-\lvert 7-x\rvert}{10}$, **5)** $\lvert x-4\rvert\cdot\lvert x+3\rvert=\lvert x-2\rvert\cdot\lvert x-6\rvert$,

6) $\lvert x^2+1\rvert-\lvert (x-1)^2\rvert=6$, **7)** $\lvert x^2-6x+9\rvert-\lvert -x^2-3\rvert=12$, **8)** $\lvert x-3\rvert=2x-7$, **9)** $2\lvert x-4\rvert-x+3=0$,

10) $\lvert 2x-8\rvert=2x-8$, **11)** $\lvert 3x-6\rvert=6-3x$, **12)** $\lvert x^2-3x\rvert+\lvert x^2-9\rvert=0$.

1ο Λύκειο Αγ. Δημητρίου

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙ ΑΛΓΕΒΡΑΣ

Δ. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις : 1) $\left||\chi|-3\right|=1$, **2)** $\left||\chi+3|-2\right|=4$,

3) $\left|5-\left|2\chi-1\right|\right|=4$, **4)** $\left|1-\left|3-2\chi\right|\right|=6$, **5)** $\left|2\chi-\left|\chi+1\right|\right|=6$, **6)** $\left||\chi|-3\right|=\left|2|\chi|-1\right|$,

7) $d(x,2)=3$, **8)** $d(3x,-1)=5$, **9)** $d(2x,5)=d(x,-1)$, **10)** $d(x,3)=x+5$,

11) $x-d(2x,-6)=4$, **12)** $d(x,1)+d(2,x)=2x+1$, **13)** $d(4,d(x,0))=d(d(x,0),-3)$.

Ε. Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις : 1) $\left|5-2x\right|<3$, **2)** $\left|2x+7\right|>1$,

3) $\left|x+4\right|-5\le\dfrac{2\left|x+4\right|+4}{3}$, **4)** $\dfrac{3}{4}-\dfrac{4\left|7x-3\right|}{3}>2+\dfrac{\left|3-7x\right|}{8}$ **5)** $\left|5-\left|2\chi-1\right|\right|<4$,

6) $\left|1-\left|3-2\chi\right|\right|>6$ **7)** $3<\left|2x-1\right|<5$, **8)** $\left|6-2x\right|<2x$ **9)** $\left|x-1\right|>\left|x+4\right|$,

10) $\left|2x-1\right|\le 2\left|x-2\right|$, **11)** $d(x,3)\le 2$, **12)** $d(x,-4)>3$, **13)** $d(1,2x)\ge 9$

14) $d(2x,-1)<2d(x,4)$, **15)** $\left|2x-4\right|+d(x,2)\le 12-\left|2-x\right|$.

ΣΤ. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΙΣ ΑΝΙΣΟΤΗΤΕΣ:

$$\left||a|-|\beta|\right|\le|\alpha\pm\beta|\le|\alpha|+|\beta| \text{ ΚΑΙ } |\alpha|\ge-\alpha\ldots\&..|\alpha|\ge\alpha$$

1. Να αποδείξετε ότι αν $|x|\le 3$ **και** $|\psi|\le 1$

τότε: α) $\left|3x-5\psi+2\right|\le 16$ **β)** $\left|x^2-2\psi+1\right|\le 12$

2. Να δείξετε ότι: α) $|\chi-4|+|\chi-8|\ge 4$ **β)** $\left|\chi-|\chi|\right|+\left|\chi+|\chi|\right|\ge 2|\chi|$

γ) $\left||\chi|+5\right|+\left||\chi|-5\right|\ge 10$ **δ)** $-2\le\dfrac{\chi}{|\chi|}+\dfrac{y}{|y|}\le+2, xy\ne 0$

3.. Να λυθούν οι ανισώσεις: α) $\left||\chi|+\chi\right|\le\chi+7$

β) $\left|\chi-|\chi|\right|+\left|\chi+|\chi|\right|\le 12+|\chi|$

1ο Λύκειο Αγ. Δημητρίου

γ) $||\chi|-\chi| \le |\chi|+3\chi-8$

III. ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ – ΑΠΟΣΤΑΣΗ d(x,y)

1. Αν 0<χ<1, να απλοποιήσετε την παράσταση : $A=\sqrt{\chi^2}-\sqrt{\chi^2-2\chi+1}$

2. Αν $|\chi| \le 2$**, να απλοποιήσετε την παράσταση :** $A=\sqrt{\chi^2-4\chi+4}+\sqrt{\chi^2+4\chi+4}$

3. Αν $\chi \in (-2,1)$**, να απλοποιήσετε την παράσταση :** $A=\dfrac{\sqrt{\chi^2+4\chi+4}}{\chi+2}+\dfrac{\sqrt{\chi^2-2\chi+1}}{\chi-1}$.

4. Να βρείτε για ποιες τιμές του χ ορίζονται οι παραστάσεις :

$A=\sqrt{1-2x}$, $B=\sqrt{2|x-1|-3}$, $\Gamma=\dfrac{\sqrt{1-x}}{|x+2|-1}$, $\Delta=\sqrt{7-|2\chi+1|}$, $E=\dfrac{2\chi-3}{\sqrt{11-|1-3\chi|}}$

5. Αν $\chi \in (-1,1)$ **να απλοποιηθεί η παράσταση:** $A=\dfrac{\sqrt{(x-1)^2}}{x-1}+\dfrac{\sqrt{(x+1)^2}}{x+1}$.

6. Δίνεται η παράσταση : $A=|\chi-2|-|\chi+2|-3|\chi-3|$ **αν ισχύει** $|\chi|<2$ **,τότε:**

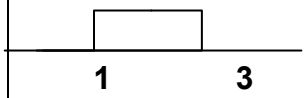
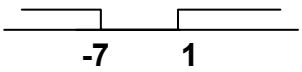
α) Να απλοποιήσετε την παράσταση Α, β) Να λύσετε την ανίσωση $|A| \ge 8$.

7. Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας, όπως φαίνεται στην πρώτη γραμμή:

στήλη (Α) σχέση που ικανοποιεί ο x ∈ R	**Στήλη (Β) τιμές του x**	**Γραφική λύση στον άξονα των πραγματικών**
$\|x+3\| \ge 10$	**x ≤ - 13 ή x ≥ 7**	**-13 7**
$\|x+5\| > -2$		
$\|x-4\| > +5$		
d(x,2) > 3		
$\|x-\ldots\| > ..$	**χ<-4 ή χ> 10**	

1ο Λύκειο Αγ. Δημητρίου

8. Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας, όπως φαίνεται στην πρώτη γραμμή:

Απόλυτη τιμή	Απόσταση	Ανισότητα	Παράσταση στον άξονα	Διάστημα
$\lvert x-2\rvert \le 1$	**d(x,2) ≤ 1**	**$1 \le x \le 3$**		$x \in [1,3]$
$\lvert x-5\rvert < 7$				
	d(x,1) ≤2			
		$-5 \le x \le -3$		
				$x \in [-3,7]$
$\lvert x-5\rvert \ge 1$				
				
	d(x,-1) >2			
		x<-5 ή x>1		
				x∈(-∞,-2]U[2,+∞)

1ο λύκειο Αγ.Δημητρίου